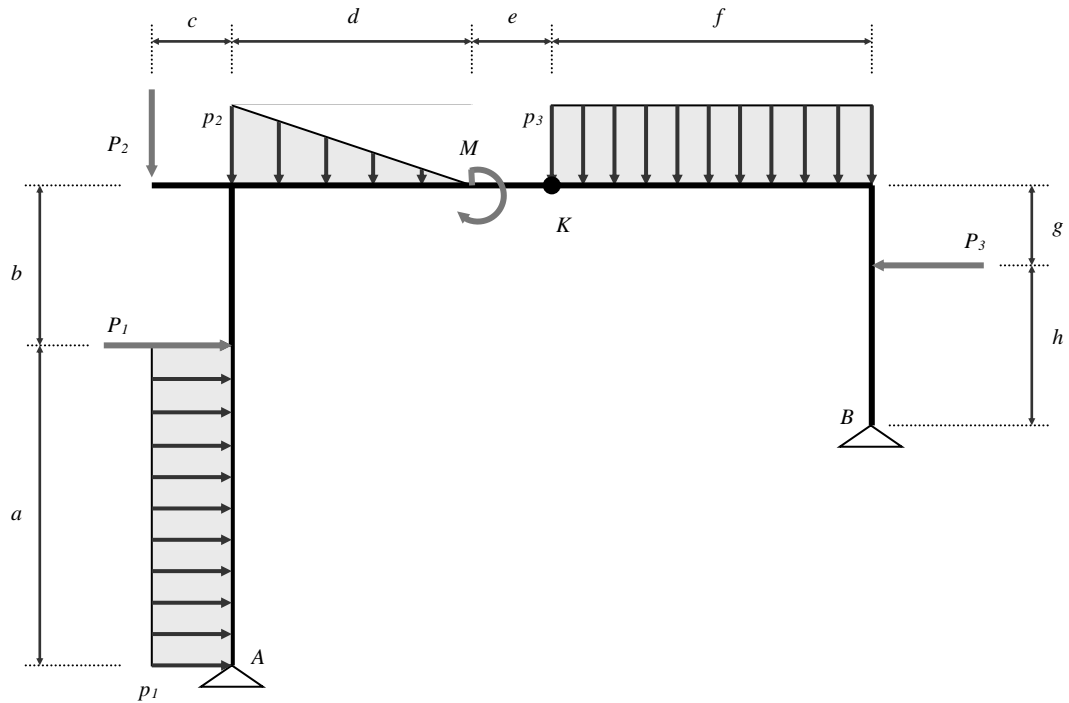


Ejercicio N° 6 - Enunciado

Dado el siguiente sistema vinculado,



a	b	c	d	e	f	g	h
4 m	2 m	1 m	3 m	1 m	4 m	1 m	2 m

p_1	p_2	p_3	P_1	P_2	P_3	M
60 kN/m	60 kN/m	30 kN/m	90 kN	30 kN	180 kN	180 kN m

Se solicita:

- 1.1 Realizar el análisis cinemático
- 1.2 Determinar las componentes de las reacciones de vinculo externo

Ejercicio N° 6 – Resolución

1.1 Análisis cinemático

Se trata de una cadena cinemática abierta, formada por dos (2) chapas, $[S_1]$ y $[S_2]$. Como cada chapa posee en el plano tres (3) grados de libertad, se tiene que:

$$gl = 2 \cdot 3 = 6$$

Por otra parte,

$$gl^* = n + 2 = 2 + 2 = 4$$

Dado que ambas chapas se encuentran unidas por una articulación relativa en el punto K , se tienen dos (2) condiciones de vínculo interno:

$$v_i = 2$$

Por otra parte, el sistema posee cuatro condiciones de vínculo externas, dos (2) impuestas por el apoyo fijo en A y otras dos (2) por el apoyo fijo en B , es decir:

$$v_e = 2 + 2 = 4$$

Luego las condiciones de vínculo son:

$$v = v_i + v_e = 2 + 4 = 6$$

y consecuentemente, el sistema es **isostático**, ya que

$$gl - v = 6 - 6 = 0$$

Además,

$$gl^* = v_e = 4$$

Puede observarse que no hay vinculación aparente, pues los puntos A , B y K no están alineados.

1.2 Cálculo de las reacciones de vínculo externo

Debe realizarse el diagrama del cuerpo libre, quitándose los vínculos externos a los efectos de poner en evidencia las respectivas reacciones. Se adoptan para dichas incógnitas un cierto sentido arbitrario. Además se elige un determinado sistema de ejes coordenados de referencia, denominado tema global. El indicado diagrama, constituye el esquema teórico de cálculo del problema.

$$R_1 = p_1 \cdot a = 60 \cdot 4 = 240 \cdot kN$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \cdot p_2 \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 3 = 90 \cdot kN$$

$$R_3 = p_3 \cdot f = 30 \cdot 4 = 120 \cdot kN$$

Teniendo en cuenta que las incógnitas son cuatro (H_A , V_A , H_B y V_B), deben plantearse cuatro ecuaciones de equilibrio. Se toman tres ecuaciones generales de equilibrio, a las cuales se le agrega la “ecuación de condición”, que corresponde a la nulidad de momentos de las fuerzas aplicadas sobre una de las chapas, por ejemplo $[S_2]$, respecto del punto K , donde se encuentra la articulación.

$$\sum_{i=1}^n P_{iz} = 0$$

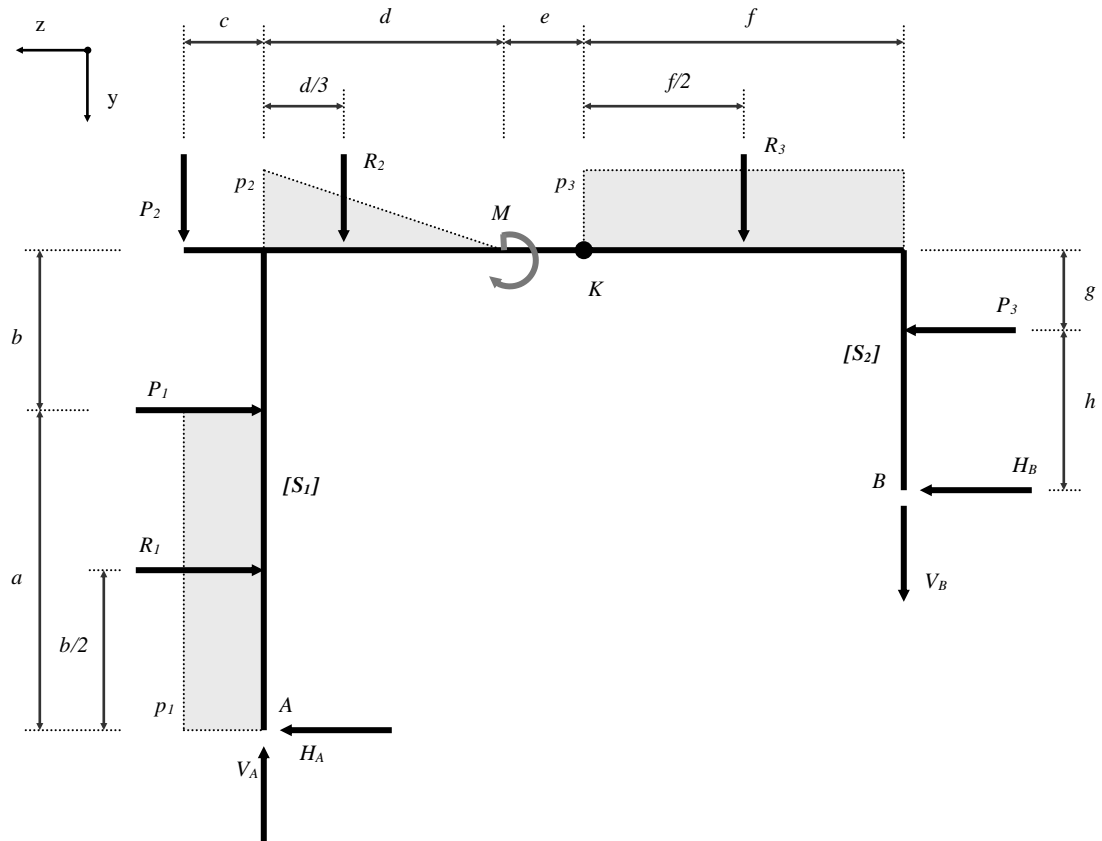
$$-P_1 - R_1 + P_3 + H_A + H_B = 0$$

$$H_A + H_B = P_1 + R_1 - P_3 = 90 + 240 - 180 = 150$$

$$\sum_{i=1}^n P_{iy} = 0$$

$$-V_A + V_B + P_2 + R_2 + R_3 = 0$$

$$V_A - V_B = P_2 + R_2 + R_3 = 30 + 90 + 120 = 240$$



$$\sum_{i=1}^n M_{ix}^A = 0$$

$$R_1 \cdot \frac{a}{2} + P_1 \cdot a - P_2 \cdot c + R_2 \cdot \frac{d}{3} + M + R_3 \cdot \left(d + e + \frac{f}{2}\right) - P_3 \cdot (a + b - g) - H_B \cdot (a + b - g - h) + V_B \cdot (d + e + f) = 0$$

$$240 \cdot \frac{4}{2} + 90 \cdot 4 - 30 \cdot 1 + 90 \cdot \frac{3}{3} + 180 + 120 \cdot \left(3 + 1 + \frac{4}{2}\right) - 180 \cdot (4 + 2 - 1) - H_B \cdot (4 + 2 - 1 - 2) + V_B \cdot (3 + 1 + 4) = 0$$

$$3 \cdot H_B - 8 \cdot V_B = 900$$

$$\sum_{i=1}^n M_{ix}^{K[S2]} = 0$$

$$R_3 \cdot \frac{f}{2} + P_3 \cdot g + H_B \cdot (g + h) + V_B \cdot f = 0$$

$$120 \cdot \frac{4}{2} + 180 \cdot 1 + H_B \cdot (1 + 2) + V_B \cdot 4 = 0$$

$$3 \cdot H_B + 4 \cdot V_B = -420$$

Queda así formado un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 5</i>	<i>6/4</i>
--	-------------	------------

$$\left. \begin{array}{ll} H_A + H_B = 150 & (1) \\ V_A - V_B = 240 & (2) \\ 3 \cdot H_B - 8 \cdot V_B = 900 & (3) \\ 3 \cdot H_B + 4 \cdot V_B = -420 & (4) \end{array} \right\}$$

Despejando H_B de la ecuación (4):

$$H_B = -\frac{4}{3} \cdot V_B - 140$$

y reemplazándolo en la ecuación (3), queda que

$$3 \cdot \left(-\frac{4}{3} \cdot V_B - 140 \right) - 8 \cdot V_B = 900$$

$$-4 \cdot V_B - 420 - 8 \cdot V_B = 900$$

$$V_B = \frac{1320}{(-12)}$$

$$\mathbf{V_B = -110 \cdot kN}$$

volviendo a la ecuación (4),

$$H_B = -\frac{4}{3} \cdot (-110) - 140$$

$$\mathbf{H_B = 6,67 \cdot kN}$$

De la ecuación (1), puede despejarse H_A :

$$H_A = 150 - H_B = 150 - 6,67$$

$$\mathbf{H_A = 143,33 \cdot kN}$$

De la ecuación (2), puede despejarse V_A :

$$V_A = 240 + V_B = 240 + (-110)$$

$$\mathbf{V_A = 130 \cdot kN}$$

Los valores que dieron signos negativos indican que el sentido real es contrario al elegido arbitrariamente.